

## OPTIMALNO I ADAPTIVNO FILTRIRANJE PRIMENOM MATLAB SIMULINK-A

Milan Gojković, Tehnički fakultet Čačak, [milangojkovic88@gmail.com](mailto:milangojkovic88@gmail.com)  
Đorđe Damjanović, Tehnički fakultet Čačak, [fic1707@gmail.com](mailto:fic1707@gmail.com)  
Radojka Krneta, Tehnički fakultet Čačak, [rkrneta@gmail.com](mailto:rkrneta@gmail.com)  
Veljko Aleksić, Tehnički fakultet Čačak, [aleksicveljko@gmail.com](mailto:aleksicveljko@gmail.com)

**Sadržaj:** U ovom radu je prezentovana primena „Matlab Simulink-a“ kao softverske podrške za realizaciju optimalnih i adaptivnih filtara u oblasti obrade signala. Korišćenjem Simulink-a, koji je sastavni deo softverskog paketa Matlab, realizovan je optimalni Kalmanov filter i adaptivni LMS algoritam i pokazano je kako se upotrebom ovog softverskog paketa na jednostavan način mogu pratiti i analizirati njihove performanse.

### 1. UVOD

U inženjerskoj praksi se sve više koriste softverski paketi koji umnogome ubrzavaju i olakšavaju realizaciju raznih aktivnosti, pri čemu je upotreba mnogih softvera, po pravilu, veoma pristupačna sa aspekta cene i jednostavnosti upotrebe. Gotovo je nezamisljivo da se neki proces odvija a da se pri tome isti ne prati softverski u vidu merenja, obrade, upravljanja, itd. Upravo, većina softverskih paketa to i omogućava.

Matlab je jedan u nizu softverskih paketa koji u sebi ima ugrađene funkcije koje omogućavaju merenje, obradu, prikaz dobijenih rezultata i sl. Matlab nije samo edukativni softverski paket koji mladim inženjerima omogućava da što bolje shvate naučene teorijske osnove, već i moćan alat koji im umnogome pomaže pri izradi projekata i realizaciji raznolikih praktičnih aplikacija.

U ovom radu su iskorištene prednosti upotrebe predefinisanih Matlab funkcija i realizovani su optimalni Kalmanov filter i adaptivni LMS (*Least Mean Square*) algoritam. Oba sistema su realizovana u Simulink-u. Simulink u sebi poseduje veliki izbor blokovskih naredbi uz pomoć kojih je moguće kreirati jedan system i softverski pratiti šta se odvija u jednom takvom sistemu [3]. Blokovskim naredbama se verno predstavljaju sistemi koji se koriste u realnim aplikacijama, čime se objašnjava široka upotreba Matlab-a u inženjerskoj praksi.

Termin filter ili estimator je često upotrebljivan termin koji ukazuje na sistem koji je konstruisan tako da na svom izlazu generiše korisni (ili željeni) signal iz ulaznog zašumljenog signala ili nepoznatog sistema. Filtri nalaze veliku primenu u različitim oblastima: komunikacijama, biomedicinskom inženjeringu, oblasti radara i sonara, navigacije, seizmologije i mnogim drugim oblastima [1,4,5]. Optimalni i adaptivni filtri su sve više zastupljeni u pomenutim oblastima i kao takvi predmet su posebnog izučavanja.

U mnogim praktičnim inženjerskim aplikacijama potrebno je projektovati sistem (filter) koji će iz pobudnog signala, koji se sastoji od korisnog (željenog) signala kome je superponirana aditivna šumna sekvencija, potisnuti tu šumnu sekvenciju. Projektovanje optimalnog filtra podrazumeva rešenje koje je optimalno u odnosu na neki prethodno definisan kriterijum. Ovi kriterijumi se najčešće zasnivaju na minimizaciji srednje kvadratne vrednosti razlike između trenutnog izlaza iz filtra i nekog referentnog signala ili željenog odziva filtra [1,6]. Kao i kod optimalnih algoritama, adaptivne tehnike obrade signala danas su široko zastupljene

u raznim primenama. Jednu od važnih primena adaptivne obrade signala predstavlja adaptivno poništavanje interferencije. Adaptivno poništavanje interferencije je, zapravo, adaptivno poništavanje šuma, odnosno predviđanje pojave intenziteta šuma, da bi se stvorio inverzni signal koji taj šum poništava, ili projektovanje adaptivnog filtra koji će poništiti delovanje tog šuma [1,4,5].

### 2. KALMANOV FILTER

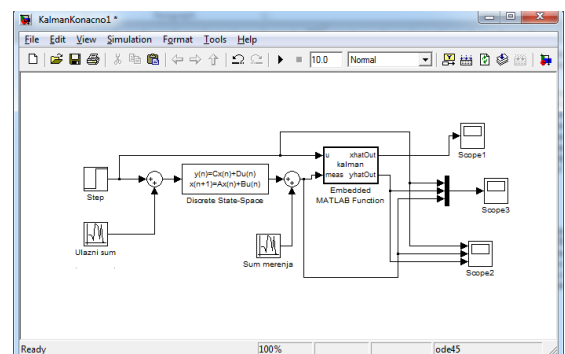
R.E. Kalman je 1960. godine objavio svoj čuveni rad u kome je opisao rekurzivni algoritam za linearno filtriranje diskretnih podataka [7]. Od tada, zahvaljujući velikom napretku digitalne tehnologije, Kalmanov filter se posebno izučava u oblastima automatskog upravljanja ili asistiranog navigacije.

Kalmanov filter pretpostavlja da postoji vremenski diskretni proces kojim upravljamo, ili kojeg nadziramo [8]. Proces je opisan linearnim modelom sa promenljivim stanja i nije potpuno deterministički. Budući da postoji određen nivo šuma prilikom merenja vrednosti promenljivih stanja u sistemu, zadatak Kalmanovog filtra je upravo da proceni trenutnu vrednost promenljive stanja.

Generalno govoreći, algoritam koji definiše Kalmanov filter se može podeliti u dva koraka [8]:

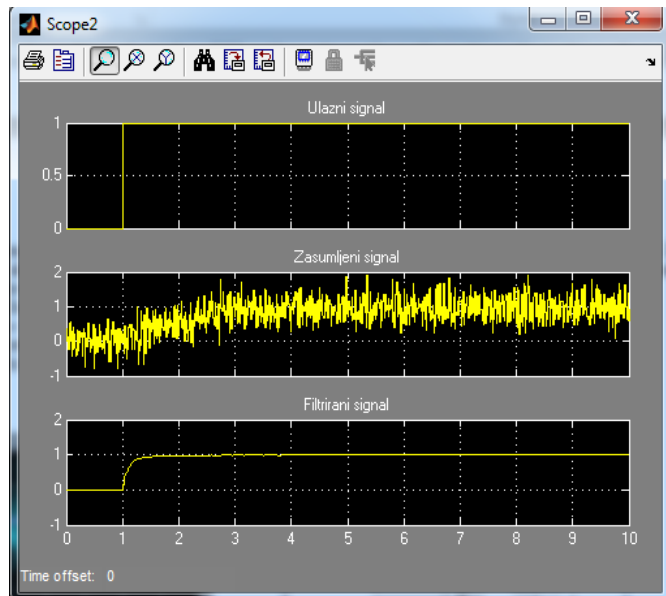
1. *Predikcija* – predviđa se sledeće stanje sistema na osnovu poslednjeg poznatog stanja sistema. Ova procena sadrži grešku usled šuma koji nije uzet u obzir.
2. *Korekcija* – koriguje se procena stanja sistema na osnovu izmerenog izlaza iz sistema u trenutku merenja.

Korišćenjem Matlab Simulink paketa, realizovan je Kalmanov filter koji estimira stanje diskretnog stacionarnog sistema, eliminišući pri tome šum na ulazu i šum merenja (šum na izlazu iz sistema). Ovakva realizacija Kalmanovog filtra se može koristiti, na primer, u eliminaciji šuma prilikom sonarnog istraživanja morskih dubina, gde se procenjuje trenutna vrednost parametara sistema uzimajući u obzir rastojanje od dna i osobine morske vode. Na slici 2.1 je prikazana blok šema realizovanog sistema u Simulinku.



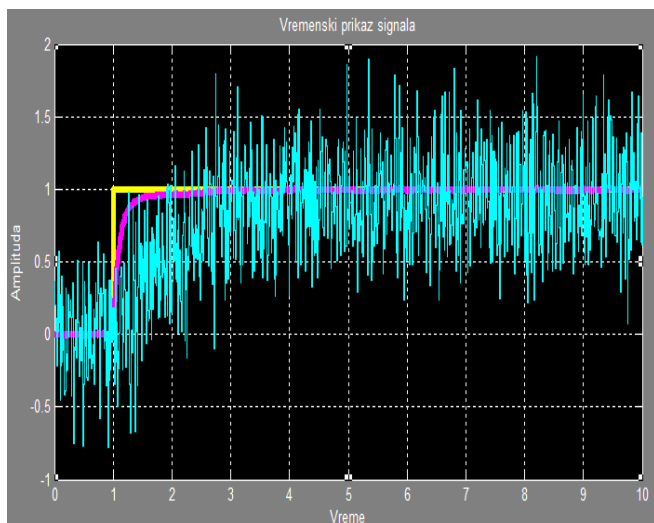
Sl. 2.1 Blok šema Kalmanovog filtra

Šumovi koji se javljaju u sistemu pripadaju klasi Gausovog belog šuma varijanse 0,01 na ulazu i 0,1 na izlazu. Ulaz u sistem je predstavljen Hevisajdovom funkcijom. Kalmanov filtar je predstavljen pomoću bloka *Embedded Matlab Function*. Ulazi u ovaj blok su Hevisajdov signal čiju estimaciju treba dobiti i zašumljen izlaz iz diskretnog sistema. Pokretanjem simulacije na ovom modelu, dobijaju se grafici prikazani na slikama 2.2 i 2.3



Sl. 2.2 Vremenski prikaz signala u sistemu

Na prvom grafiku sa slike 2.2. prikazanje ulazni signal. Ulaznom signalu je superponiran slučajni šum (oblik ovog signala je prikazan nadrugom grafiku). Na trećem grafiku je prikazan signal koji se dobija na izlazu iz Kalmanovog filtra, tj. ulazni signal iz koga je eliminisan signal šuma. Radi uporednog prikaza, na slici 2.3 su prikazana sva tri signala na istom grafiku.



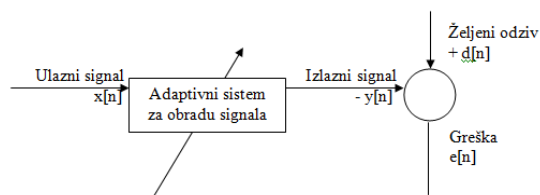
Sl. 2.3 Vremenski prikaz karakterističnih signala u sistemu sa slike 2.1

Žutom bojom je prikazan ulazni Hevisajdov signal. Plavom bojom je prikazan zašumljeni izlaz iz diskretnog sistema, a ljubičastom je prikazan izlaz iz Kalmanovog filtra. Kao što se sa grafika može primetiti, izlaz iz Kalmanovog filtra predstavlja doslednu aproksimaciju ulaznog signala, što je i bio osnovni cilj filtriranja.

### 3. ADAPTIVNI LMS ALGORITAM

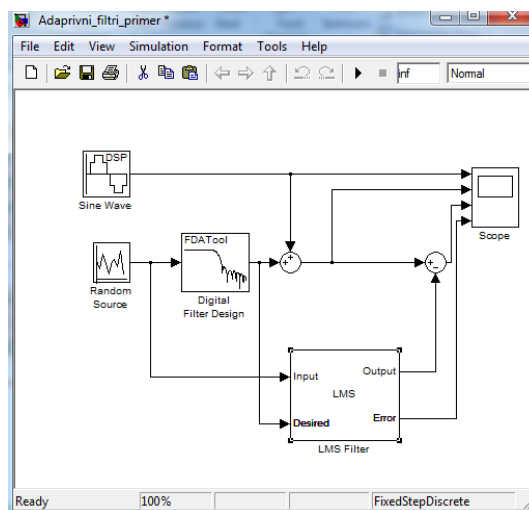
Adaptivni sistemi za obradu signala pripadaju klasi linearnih nestacionarnih (dinamičkih) sistema [1,5]. Kod ovih sistema se koeficijenti funkcije prenosa menjaju u zavisnosti od ulaznog signala. Ovaj proces promene koeficijenata se naziva proces adaptacije. Cilj adaptacije je da se karakteristike sistema, u interakciji sa okruženjem, prilagođavaju željenim karakteristikama. Osnovna struktura adaptivnog sistema za obradu signala data je na slici 3.1.

Adaptivne tehnike obrade signala su danas široko zastupljene u raznim primenama. Jedna od najvažnijih primena adaptivne obrade signala je adaptivna predikcija, koja se koristi u obradi govora i slike, proceni spektra, eliminaciji šuma itd. Osnovni cilj adaptivne predikcije jeste predviđanje budućih vrednosti signala na osnovu prethodnih vrednosti signala, pri čemu se teži da greška predikcije bude minimalna [1,5].



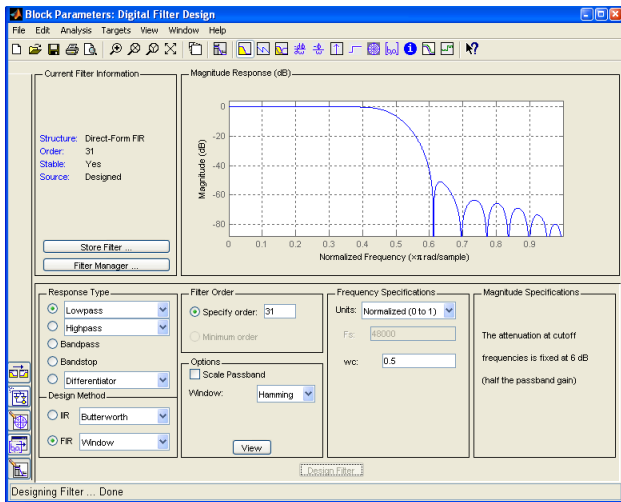
Sl. 3.1 Osnovna struktura adaptivnog sistema za obradu signala[1]

Upotrebom Matlab Simulink-a realizovana je simulacija jednog adaptivnog procesa koji ima primenu u estimaciji šuma. Realizovan je adaptivni LMS algoritam za otklanjanje niskofrekventnog šuma iz signala. Ovakva realizacija adaptivnog filtra može se upotrebiti u kokpitu aviona. Pilot komunicira sa komandnim tornjem preko mikrofona. Buka koja potiče od vetra takođe se prenosi putem mikrofona tako da je signal govora pilota zašumljen. Cilj je da se izvrši praćenje i procena buke vetra unutar kokpita aviona i odstrani iz signala koji se prenosi mikrofonom [10,11,12]. Na slici 3.2 prikazan je sistem za estimaciju šuma iz signala primenom adaptivnog LMS algoritma.



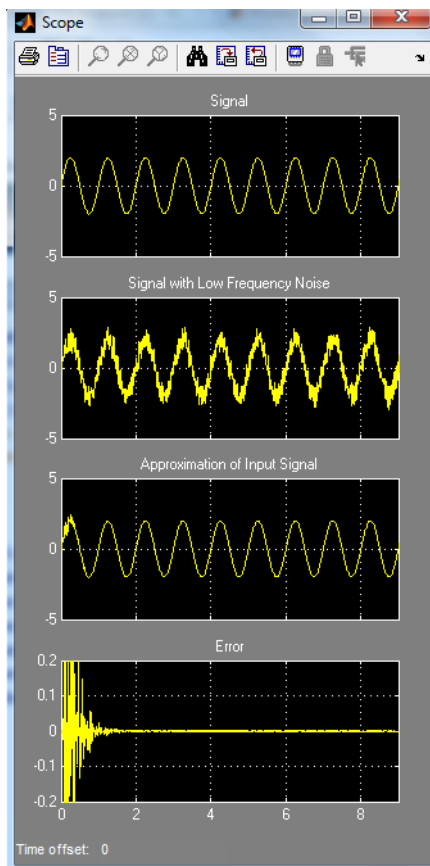
Sl. 3.2 Model adaptivnog algoritma za estimaciju šuma

Ceo proces prikazan na slici 3.2 simulira već opisan scenario koji se odvija u kokpitu aviona. Korišćenjem bloka *Digital Filter Design* predstavljen je niskopropusni filtar koji signal, koji potiče od buke vetra, konvertuje u niskofrekventni šum koji se stvara u kokpitu aviona. Amplitudska karakteristika sa zadatim specifikacijama niskopropusnog filtra je prikazana na slici 3.3.



Sl. 3.3 Amplitudska karakteristika niskopropusnog filtra

Sumiranjem niskofrekventnog šuma i signala koji simulira govor pilota dobija se zašumljen signal koji se prenosi preko mikrofona. Poređenjem koeficijenata tog signala i signala niskofrekventnog šuma, procesom adaptacije eliminiše se signal šuma iz zašumljenog signala [10,11,12]. Na slici 3.4 dat je vremenski prikaz karakterističnih signala u procesu adaptacije.



Sl. 3.4 Izgled signala nakon očitavanja osciloskopa

Prvi grafik predstavlja signal koji simulira glas pilota. To je originalni signal koji treba da se preko mikrofona prenese do određenog prijemnika. Na drugom grafiku je prikazan originalni signal koji je zašumljen šumom niskih frekvencija. Taj signal je potrebno filtrirati adaptivnim LMS filtrom. Ceo proces adaptacije koji je simuliran na modelu prikazanom na slici 3.2 rezultuje signal na izlazu iz koga je eliminisan signal šuma (prikazan na trećem grafiku). Može se primetiti da

signal greške opada brzo tokom vremena, tako da aproksimacija ulaznog signala sve više odgovara originalnom sinusoidalnom ulaznom signalu, što je prikazano na poslednjem grafiku.

#### 4. ZAKLJUČAK

U toku rada na istraživanju filterarskih struktura u oblasti obrade signala, proučene su mnoge strukture čija primena je danas uveliko zastupljena. Optimalni i adaptivni algoritmi su predstavljeni robusnim matematičkim algoritmima čijom implementacijom (softverskom ili hardverskom) je moguće realizovati filter za različite namene, ne samo u obradi signala u užem smislu. Matlab je samo jedan u nizu moćnih softverskih alata, uz pomoć koga je realizacija pomenutih algoritama moguća. Dodaci koje Matlab sadrži, kao što su Simulink i razni Toolkit-ovi, čine ovaj programski paket pristupačnim i primenljivim u raznim oblastima.

U ovom radu predstavljene su simulacije optimalnog Kalmanovog filtra i adaptivnog LMS algoritma u eliminaciji šuma iz korisnog signala. Za realizaciju oba primera korišćen je Matlab Simulink. U radu je prikazana upotreba Kalmanovog filtra, kao jednog od najboljih estimatora stanja u procesu eliminacije šuma iz sistema. Upotreba adaptivnog LMS algoritma danas nalazi veliku primenu. Uklanjanje šuma iz elektrokardiograma je jedan u nizu primera [13]. U radu je prezentovano uklanjanje šuma iz signala koji simulira govor pilota u kokpitu [12]. Isti princip bi mogao da se primeni i kod vozača formule, gde se pored glasa, vozaču u razgovoru sa timom, prenosi i buka nastala od motora. Postoje i drugi razni primeri u kojima je primena adaptivnih algoritama pogodna.

Dalji rad u ovoj oblasti se zasniva na realnim inženjerskim projektima gde će se pomenuti algoritmi iskoristiti u praksi. Takođe bi bilo od interesa ove algoritme realizovati u nekom drugom softverskom paketu radi poređenja dobijenih rezultata.

#### LITERATURA

- [1] R. Krneta, Ž. Čučej, M. Baltić, *Napredne tehnike za obradu signala*, Tehnički fakultet Čačak, 2010.
- [2] R. Krneta, Đ. Damjanović, D. Milošević, "Integration of virtual and hands-on-laboratory experience in learning of filtering concepts", *SCIENTIFIC BULLETIN of "Politehnica" University of Timisoara, Romania, Transactions on AUTOMATIC CONTROL and COMPUTER SCIENCE, Volume 56(70) No. 3 / September 2011, ISSN 1224-600X, pp. 121-126.* B.K. Bose, "Sliding mode control of induction motor," in *Proc. IEEE Ind. Appl. Soc. Annu. Meeting*, 1985, pp. 479-486.
- [3] Đ. Damjanović, R. Krneta, N. Stanković, "Vizuelizacija teorije digitalne obrade signala upotrebom Matlab-a", 6. Simpozijum sa međunarodnim učešćem *Tehnologija i informatika u obrazovanju za društvo učenja i znanja- TIO 2011*, Zbornik radova, ISBN: 978-86-7776-127-1, str. 642 - 646, ČAČAK, 3-5. juna 2011.
- [4] Đ. Damjanović, R. Krneta, M. Đoković, M. Ristivojević, "Realizacija adaptivnih algoritama primenom NI Labview adaptive filter toolkit-a", 55. konferencija ETRAN, *Elektronski zbornik radova 55. konferencije ETRAN*, ISBN 978-86-80509-66-2, Banja Vrućica (Teslić), 6 - 9. juna 2011.

- [5] D. G. Manolakis, V. K. Ingle, S. M. Kogon, *Statistical and adaptive signal processing*, ISBN 13: 978-1-580053-610-3
- [6] M. Grewal, A. Andrews, *Kalman Filtering – Theory and Practice using MATLAB*, 3<sup>rd</sup> Edition, John Wiley & Sons, NJ, 2008
- [7] R. E Kalman, “A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems”, *Transaction of the ASME—Journal of Basic Engineering*, pp. 35-45 (March 1960).
- [8] G. Welch, G. Bishop, *An Introduction to the Kalman Filter*, *Department of Computer Science*, University of North Carolina at Chapel Hill, Chapel Hill, July 24, 2006.
- [9] J. G. Proakis, D. G. Manolakis, *Digital signal processing*, Forth edition, ISBN: 0-13-228731-5, USA 2007.
- [10] DSP System Toolbox, Available: <http://www.mathworks.com/help/toolbox/dsp/gs/f0-14193.html>
- [11] Design Filters in Simulink, Available: <http://www.mathworks.com/help/toolbox/dsp/gs/f7-5978.html>
- [12] Design Adaptive Filters in Simulink, Available: <http://www.mathworks.com/help/toolbox/dsp/gs/f7-6281.html>
- [13] LMS Algoritam, Available: [http://spus.zesoi.fer.hr/projekt/2002\\_2003/bejuk-zno/LMSalg.htm](http://spus.zesoi.fer.hr/projekt/2002_2003/bejuk-zno/LMSalg.htm)

**Abstract** – This paper presents the implementation of optimal and adaptive algorithms using MatlabSimulink that can be used for signal processing. Using Simulink, which is an integral part of the software Matlab, we carried out filter applications for noise cancellation using optimal Kalman filter and adaptive LMS algorithm.

#### **REALIZATION OF OPTIMAL AND ADAPTIVE FILTERS WITH MATLAB SIMULINK**

Milan Gojković, Đorđe Damnjanović, Radojka Krneta,  
Veljko Aleksić